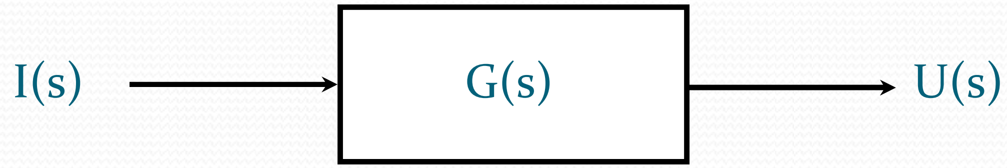
Rappresentazioni grafiche di un sistema

Abbiamo visto come un sistema, nella sua forma più compatta, possa essere rappresentato da un blocco a cui arriva un ingresso e da cui viene prelevata un'uscita. La funzione che il blocco svolge è, per così dire, nascosta nella sua f.d.t. .



Può capitare di dover collegare tra di loro più di questi sistemi per arrivare ad averne uno che svolga una ben precisa funzione.
Nasce quindi l'esigenza di avere una serie di simboli e di regole che ci consentano di eseguire dei collegamenti e delle operazioni tra blocchi.

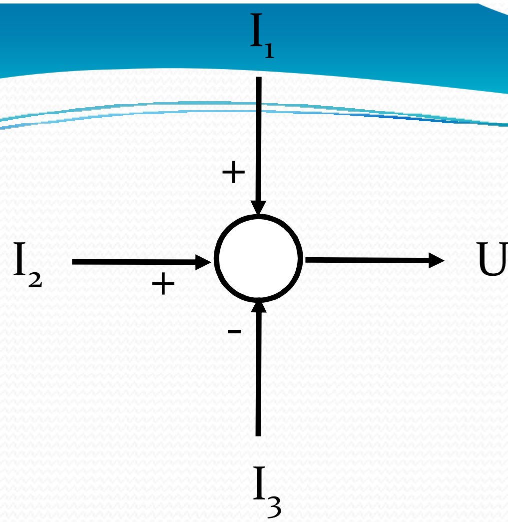
Schemi a blocchi e algebra degli schemi a blocchi

Simboli

Segmento orientato

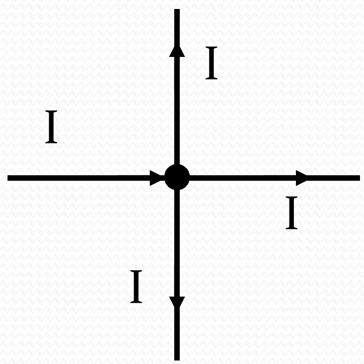
Rappresenta il segnale che và nella direzione indicata dalla freccia.

Nodo



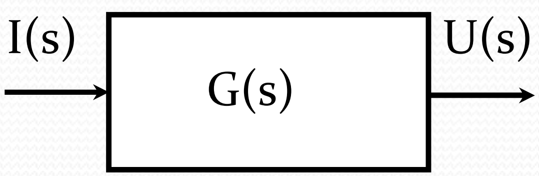
Rappresenta la somma algebrica di più segnali che contribuiscono a formare l'uscita. Per la figura si ha: $U = I_1 + I_2 - I_3$

Punto di diramazione



Rappresenta la situazione in cui un segnale si dirama in più direzioni. I segnali che si diramano sono tutti uguali a quello che entra.

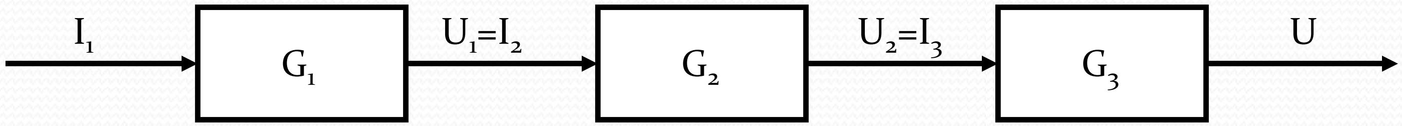
Blocco



Rappresenta il sistema o una sua parte ed è individuato dalla sua f.d.t. G(s). L'uscita è data da: $U(s) = I(s)G(s)$

Collegamenti dei blocchi

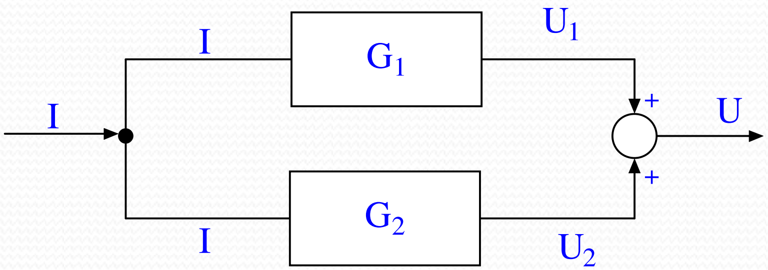
Cascata



Si ha collegamento in cascata ogni volta che il segnale d'uscita di un blocco è il segnale d'ingresso del successivo.

$$U = I_3G_3 = I_2G_2G_3 = I_1G_1G_2G_3$$

Parallelo



Si ha collegamento in parallelo quando hanno lo stesso segnale d'ingresso e i rispettivi segnali di uscita si sommano in un nodo sommatore.

$$U = U_1 + U_2 = IG_1 + IG_2 = I(G_1 + G_2)$$

Nodi sommatori

4.1.1 Nodi sommatori in cascata

Due o più nodi sommatori si dicono in cascata quando l'uscita di un nodo costituisce un segnale d'ingresso per un altro nodo.

Due o più nodi collegati in cascata possono essere ridotti a un unico nodo al quale per vengono gli ingressi di tutti i nodi (**figura 4.2**).

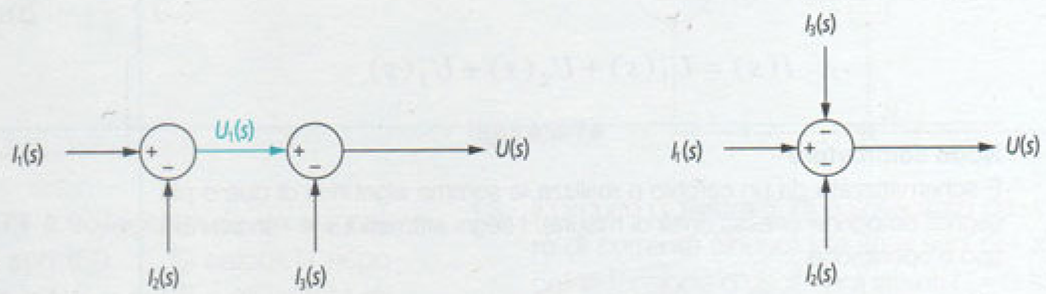


figura 4.2

4.1.4 Spostamento di un nodo sommatore

Nella semplificazione di schemi a blocchi di una certa complessità possono verificarsi casi in cui è utile spostare un blocco in avanti o indietro rispetto a un nodo sommatore. Questa trasformazione è possibile solo se gli ingressi e le uscite non cambiano.

Spostamento indietro di un nodo sommatore

Per spostare all'indietro un nodo rispetto al blocco, il segnale d'ingresso che entra nel nodo deve attraversare la F.d.T. uguale al reciproco di quella del blocco.
Dalla **figura 4.7** si ricava l'uscita $U_2(s)$:

$$U_2(s) = U_1(s) + I_2(s) = G(s)I_1(s) + I_2(s)$$

Dalla **figura 4.8** si ricava ancora l'uscita $U_2(s)$:

$$U_2(s) = \left(I_1(s) + \frac{I_2(s)}{G(s)} \right) \cdot G(s) = G(s) \cdot I_1(s) + I_2(s)$$

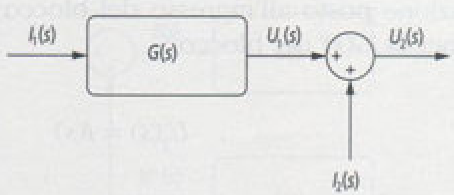


figura 4.7

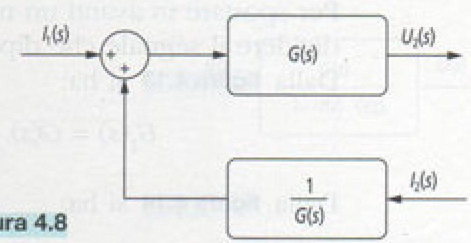


figura 4.8

L'uguaglianza dei risultati conferma l'identità delle due relazioni.

Nodi sommatori

Spostamento in avanti di un nodo sommatore

Per spostare in avanti un nodo rispetto al blocco i due segnali d'ingresso devono attraversare rispettivamente la F.d.T. del blocco. Dalla **figura 4.9** si ricava l'uscita $U(s)$:

$$U(s) = G(s) \cdot [I_1(s) + I_2(s)]$$

Dalla **figura 4.10** si ricava ancora l'uscita $U(s)$:

$$U(s) = U_1(s) + U_2(s) = G(s) \cdot [I_1(s) + I_2(s)]$$

L'uguaglianza dei risultati conferma l'identità delle due relazioni.

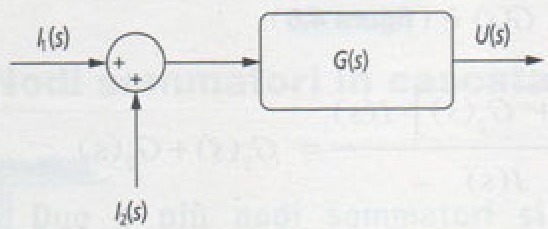


figura 4.9

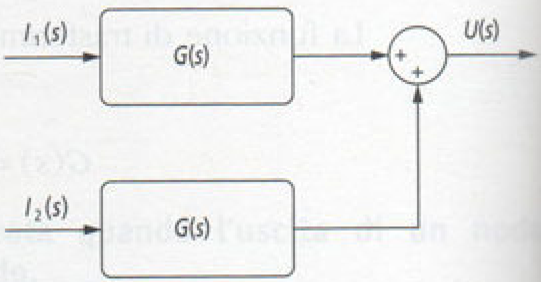


figura 4.10

Nodi sommatori

4.1.5 Spostamento di un punto di ramificazione

Le regole appena esaminate per spostare i nodi sommatori possono essere applicate anche allo spostamento dei nodi di ramificazione.

Spostamento indietro del nodo di ramificazione

Per spostare indietro un nodo di ramificazione posto all'uscita di un blocco (**figura 4.11**) è sufficiente spostare il nodo di ramificazione a sinistra del blocco $G(s)$ come mostrato nella **figura 4.12**. Per entrambe le uscite si ha:

$$U(s) = G(s) \cdot I(s) \qquad U(s) = G(s) \cdot I(s)$$

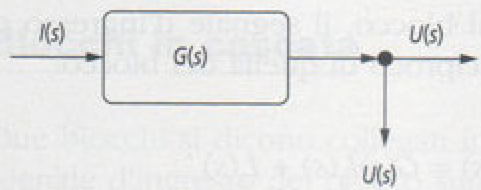


figura 4.11

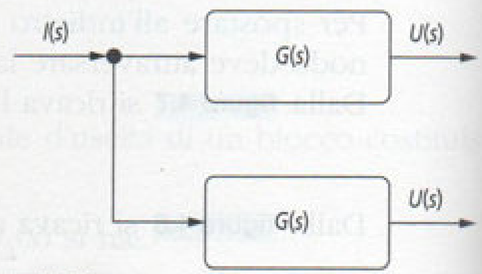


figura 4.12

Spostamento in avanti del nodo di ramificazione

Per spostare in avanti un nodo di ramificazione posto all'ingresso del blocco è sufficiente dividere il segnale che diparte dal nodo per la $G(s)$ del blocco.
Dalla **figura 4.13** si ha:

$$U_1(s) = G(s) \cdot I(s) \qquad U_2(s) = I(s)$$

Dalla **figura 4.14** si ha:

$$U_1(s) = G(s) \cdot I(s) \qquad U_2(s) = [G(s) \cdot I(s)] \cdot \frac{1}{G(s)} = I(s)$$

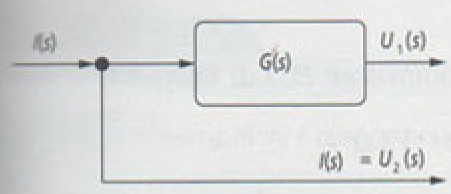


figura 4.13

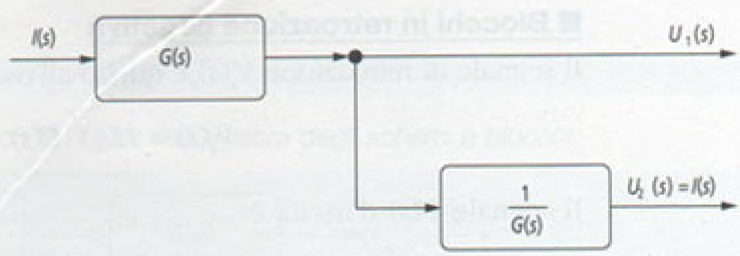


figura 4.14

BLOCCHI IN CATENA CHIUSA

Blocchi in retroazione positiva

Il segnale $V_r(s)$ e quello d'uscita dal nodo sommatore $E(s)$ di **figura 4.15** sono:

$$V_r(s) = H(s) \cdot U(s)$$

$$E(s) = I(s) + V_r(s) = I(s) + H(s) \cdot U(s)$$

Il segnale d'uscita $U(s)$ risulta:

$$U(s) = G(s) \cdot E(s) = G(s) \cdot [I(s) + H(s) \cdot U(s)]$$

$$[1 - H(s) \cdot G(s)] \cdot U(s) = G(s) \cdot I(s)$$

$$U(s) = G(s)I(s) + G(s)H(s)U(s)$$

$$U(s) - G(s)H(s)U(s) = G(s)I(s)$$

$$U(s)[1 - G(s)H(s)] = G(s)I(s)$$

Il rapporto tra l'uscita $U(s)$ e l'ingresso $I(s)$ fornisce la F.d.T. complessiva $G_r(s)$ (**figura 4.16**):

$$G_r(s) = \frac{U(s)}{I(s)} = \frac{G(s)}{1 - H(s) \cdot G(s)}$$

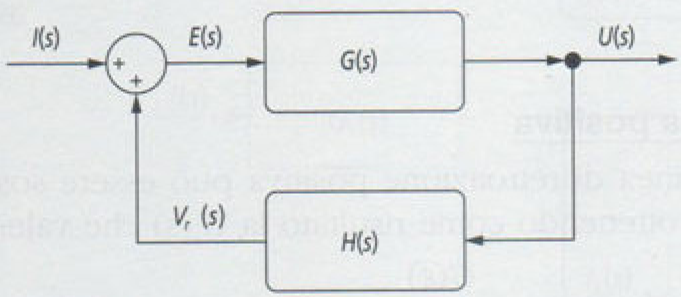


figura 4.15

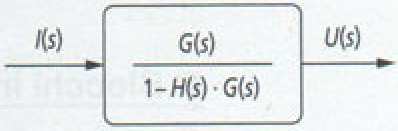


figura 4.16

BLOCCHI IN CATENA CHIUSA

Blocchi in retroazione negativa

Il segnale di retroazione $V_r(s)$ e quello all'uscita dal nodo sommatore $E(s)$ di **figura 4.17** sono:

$$V_r(s) = H(s) \cdot U(s) \qquad E(s) = I(s) \cdot V_r(s)$$

Il segnale $U(s)$ d'uscita è:

$$U(s) = G(s) \cdot E(s) = G(s) \cdot [I(s) - H(s) \cdot U(s)]$$

Con lo stesso procedimento esaminato per i blocchi in retroazione positiva si ricava la F.d.T. complessiva $G_r(s)$ (**figura 4.18**).

$$U(s) = G(s)I(s) - G(s)H(s)U(s)$$

$$U(s) + G(s)H(s)U(s) = G(s)I(s)$$

$$U(s)[1 + G(s)H(s)] = G(s)I(s)$$

$$G_r(s) = \frac{U(s)}{I(s)} = \frac{G(s)}{1 + H(s) \cdot G(s)}$$

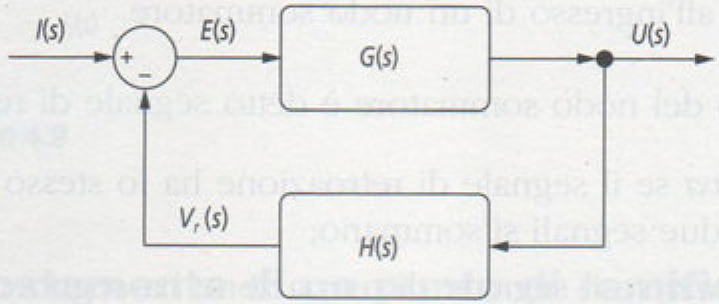


figura 4.17

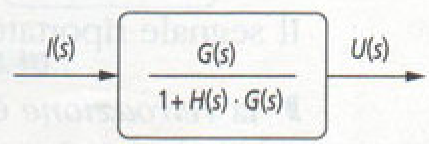


figura 4.18

Blocchi in retroazione unitaria negativa

A volte la linea di retroazione può essere costituita da un blocco la cui funzione di trasferimento è una costante K e se $K = 1$ si ha la retroazione unitaria (**figura 4.19** e **figura 4.20**).

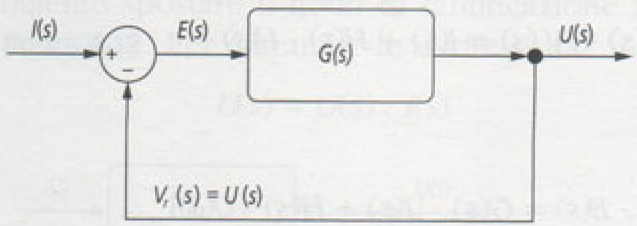


figura 4.19

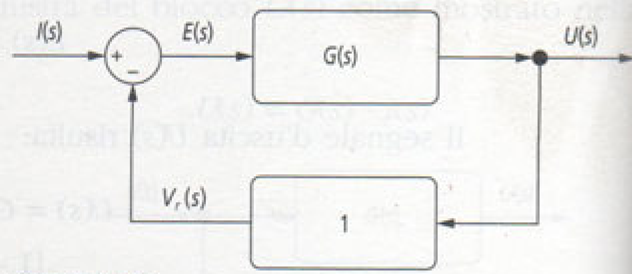


figura 4.20

Applicando la regola della retroazione negativa si ottiene la F.d.T. complessiva $G_r(s)$ che vale (**figura 4.21**):

$$G_r(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)}$$

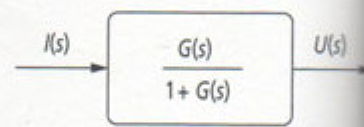


figura 4.21

Blocchi in retroazione unitaria positiva

Come per il caso precedente, la linea di retroazione positiva può essere sostituita con la funzione di trasferimento unitaria ottenendo come risultato la $G_r(s)$ che vale:

$$G_r(s) = \frac{G(s)}{1 - G(s)}$$

1 *Si semplifichi il diagramma di* **figura 4.22** *con le regole dell'algebra degli schemi a blocchi.*

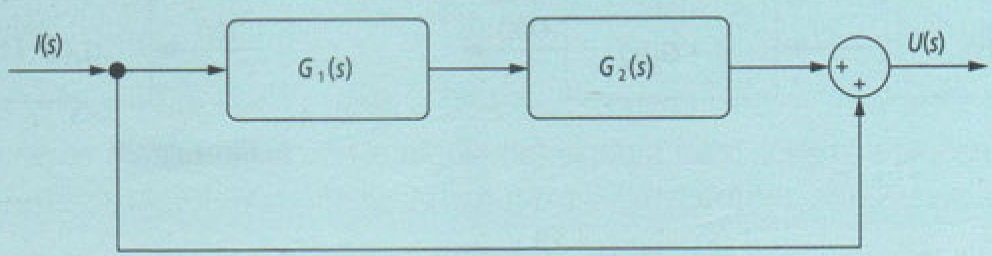


figura 4.22

Il segnale $I(s)$ viene trasferito al nodo sommatore senza modifiche (blocco unitario). Lo schema di **figura 4.22** diviene quello di **figura 4.23**.

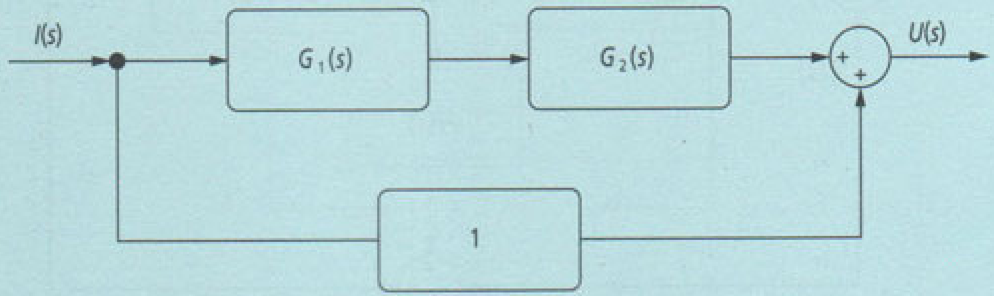


figura 4.23

Semplificando i blocchi in cascata si ottiene la **figura 4.24**. Applicando la regola dei blocchi in parallelo si ricava la F.d.T. complessiva $G(s)$ di **figura 4.25**.

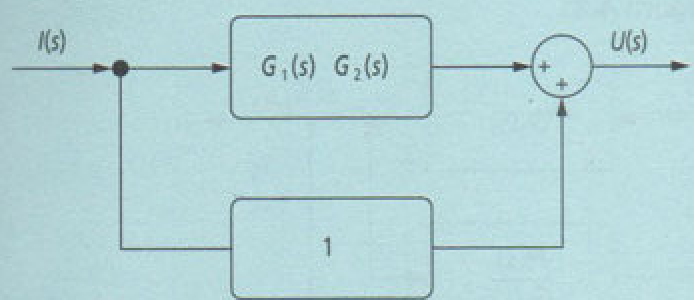


figura 4.24

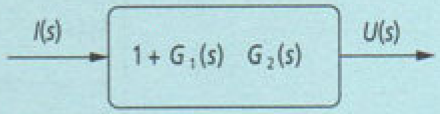


figura 4.25

2 *Si semplifichi il diagramma di* **figura 4.25** *con le regole dell'algebra degli schemi a blocchi.*

Sulla linea che va dal nodo di diramazione al nodo sommatore può comparire un blocco unitario. Infatti l'intero segnale $I_1(s)$ viene trasferito (senza modifiche) al nodo sommatore. Lo schema di **figura 4.26** diviene quello di **figura 4.27**.

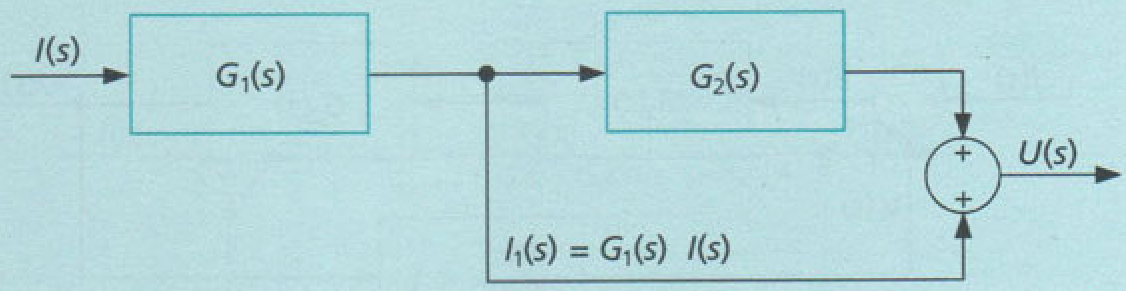


figura 4.26

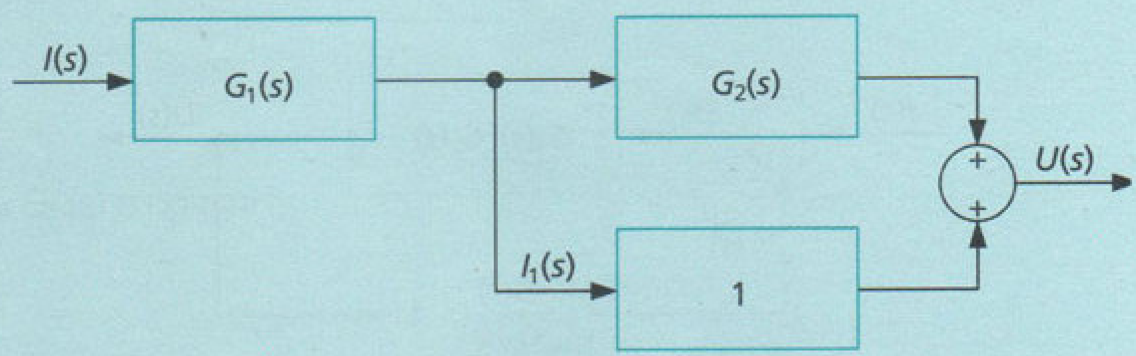
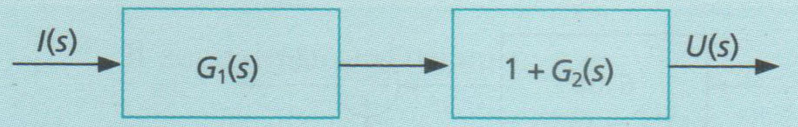
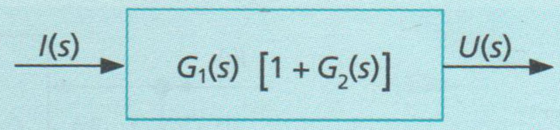


figura 4.27

Semplificando i blocchi in parallelo si ottiene la **figura 4.28**, dalla quale applicando la regola dei blocchi in cascata si ricava la F.d.T. complessiva $G_c(s)$ (**figura 4.29**).

$$G_c(s) = G_1(s) \cdot [1 + G_2(s)]$$





3 *Si semplifichi il diagramma di* **figura 4.30** *applicando le regole dell'algebra degli schemi a blocchi.*

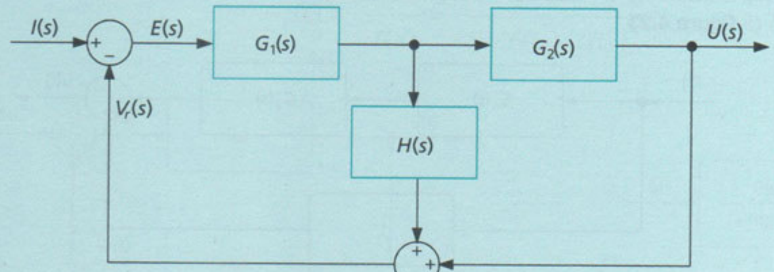


figura 4.30

Spostando il nodo di diramazione a destra e facendo comparire il blocco unitario sul collegamento tra l'uscita e il nodo sommatore si ottiene lo schema di **figura 4.31**.

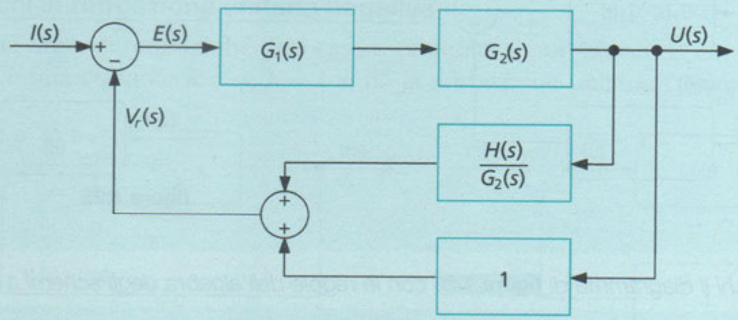


figura 4.31

Si trasla il nodo di diramazione come in **figura 4.32** in modo da mettere in evidenza i blocchi collegati in parallelo e si ricava lo schema di **figura 4.33**.

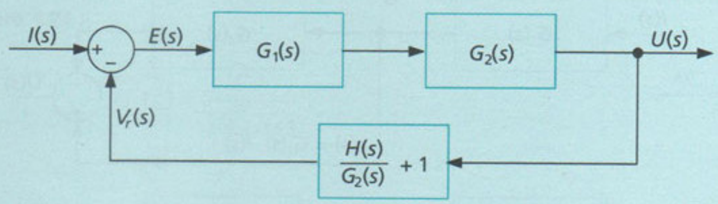


figura 4.32

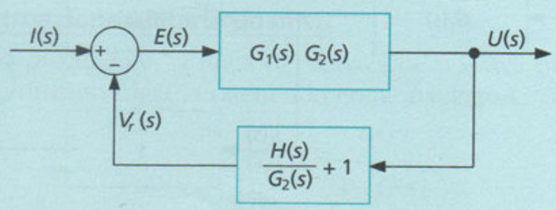


figura 4.33

La F.d.T. complessiva $G_C(s)$ è:

$$G_C(s) = \frac{G_1(s) \cdot G_2(s)}{1 - G_1(s) \cdot G_2(s) \cdot \left[1 + \frac{H(s)}{G_2(s)}\right]}$$

4 *Si semplifichi lo schema di* **figura 4.34** con le regole dell'algebra degli schemi a blocchi.

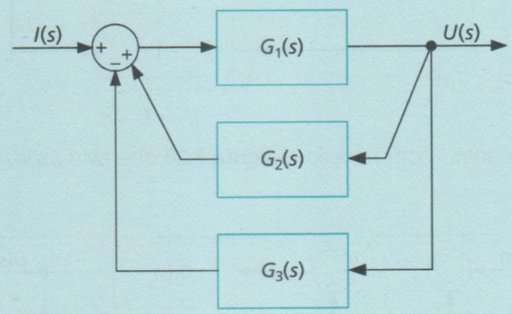


figura 4.34

Sdoppiando il nodo sommatore a tre ingressi con due nodi sommatori a due ingressi, disposti in cascata, si ottiene la **figura 4.35**, dalla quale si ottiene lo schema di **figura 4.36**.

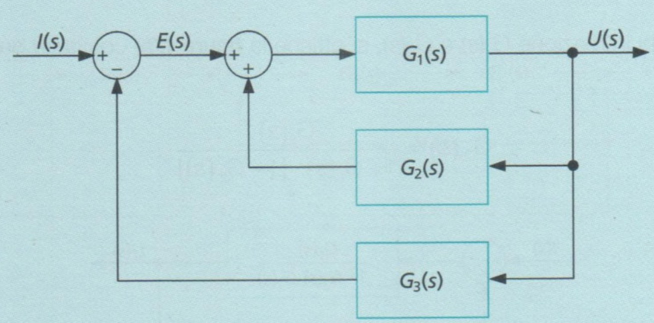


figura 4.35

Semplificando il blocco sommatore costituito dalle F.d.T. $G_1(s)$ e $G_2(s)$ della **figura 4.34** si ottiene lo schema di **figura 4.36**.

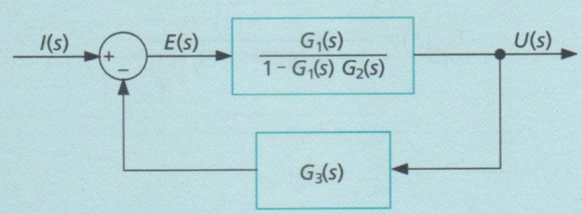


figura 4.36

La F.d.T. complessiva $G_C(s)$ è uguale a:

$$G_C(s) = \frac{G_1(s)}{1 - G_1(s) \cdot [G_2(s) - G_3(s)]}$$